

# ESTUDO EXPERIMENTAL E NUMÉRICO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE E COEFICIENTE DE POISSON EFETIVO DO CONCRETO

Jhonnatta R. A. V. Tavares\*  
Samantha F. Mendonça\*  
Rodrigo M. S. Silva\*

## Resumo

Estuda o comportamento do concreto, utilizando técnicas experimentais e simulação numérica para modelar as propriedades mecânicas desse material. Quando o concreto é avaliado em sua macroescala, pode ser entendido como um compósito homogêneo, por ser formado da combinação de uma matriz (argamassa) mais uma inclusão (agregado graúdo). Percebe-se que o concreto não mais pode ser tratado como homogêneo, já que é constituído por materiais com propriedades mecânicas distintas, partindo para heterogêneo. Para entender o comportamento do concreto, realizou-se uma modelagem computacional do seu módulo de elasticidade estático através de técnicas propostas pela micromecânica de campos médios, que levam em consideração as propriedades elásticas da argamassa e do agregado e suas respectivas frações volumétricas, e, logo em seguida, poderá ser comparada com resultados obtidos experimentalmente. Alguns modelos são propostos na literatura para quantificação de propriedades mecânicas de materiais, como: Mori-Tanaka, Auto Consistente, Dilute Suspension, Esquema Diferencial, entre outros. Verifica-se que os modelos micromecânicos adotam duas fases, apesar de não considerarem a zona de transição (interface entre a argamassa e o agregado) e podem gerar bons resultados para o problema do material compósito concreto.

**Palavras-chave:** Concreto. Módulo de Elasticidade. Micromecânica.

## Abstract

*Studying the behavior of concrete using experimental techniques and numerical simulation to model the mechanical properties this material. When the concrete is evaluated on its macroscale can be understood as a homogeneous composite, being formed by the combination of a matrix (mortar) over an inclusion (coarse aggregate). Noticed that the concrete can no longer be treated as homogeneous, since it consists of materials with different mechanical properties, leaving for heterogeneous. To understand the behavior of concrete held a computational modeling their static elasticity modulus by micromechanical techniques proposed by the mean fields, which take into account the elastic properties of mortar and aggregate, and their respective volume fractions, and soon can then be compared with results obtained experimentally. Some models are proposed in the literature for the measurement of mechanical properties of materials such as: Tanaka, Mori, Self Consistent, Dilute Suspension, differential scheme, among others. It appears that the micromechanical models adopt two phases, though not consider the transition zone (the interface between the aggregate and mortar) and can produce good results for the problem of composite concrete.*

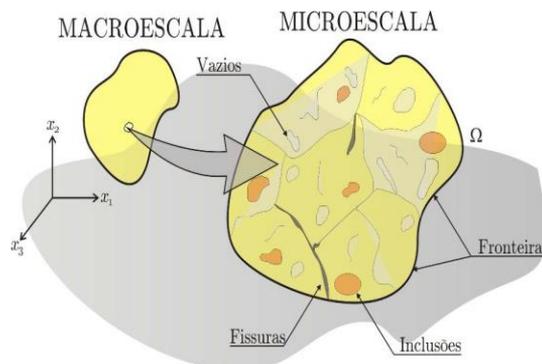
**Keywords:** Concrete. Modulus of Elasticity. Micromechanics.

## Introdução

Dado um corpo admitido homogêneo e contínuo em sua macroestrutura, quando reduzido a uma escala suficientemente pequena, não se comporta como material homogêneo, e sim heterogêneo, além de apresentar descontinuidades.

Uma simplificação adotada usualmente em macroescalas pode ser admitida, quando se estuda a microescala de materiais, que é a homogeneidade e a continuidade na escala de estudo.

**Figura 1-** EVR - Elemento de volume representativo



Fonte: Cavalcante, 2008

O EVR (Figura 1) ilustra a transformação de um elemento em sua macroescala, admitido homogêneo em suas propriedades mecânicas, para um elemento em sua microescala, onde se podem observar claramente os elementos constituintes desse EVR: fissuras, inclusões, fronteira etc.

Quando se estuda micromecânica de campos médios, definem-se os elementos que constituem o EVR, como fases (inclusões), e o material que circunda as fases de matriz. Dessa forma, um compósito, em seu elemento de volume representativo, pode ser caracterizado por uma matriz e diversas fases.

Um volume é considerado representativo, quando, ao diminuir a sua escala, tenha-se a heterogeneidade representada pelas suas fases bem caracterizadas.

Para entender as definições da micromecânica, pode-se admitir que o volume representativo seja a soma do volume da matriz com o somatório do volume de todas as parcelas de inclusões, podendo ser vazios, materiais, fissuras etc. (Christensen and Lo 1979). A Equação (1), a seguir, representa esse método.

$$V = V_m + \sum_{\alpha=1}^n V_{\alpha} \quad (1)$$

Onde:

$V_m$  é o volume da matriz,

$V_{\alpha}$  é o volume das inclusões e

$V$  o volume total do elemento representativo.

Ao tomar-se a razão entre o volume da matriz e o volume total, bem como o volume das inclusões e o volume total, têm-se as frações volumétricas a seguir, considerando as Equações (2) e (3), respectivamente.

$$f_m = \frac{V_m}{V} \quad (2)$$

$$f_{\alpha} = \frac{1}{V} \sum_{\alpha=1}^n V_{\alpha} \quad (3)$$

As frações volumétricas são extremamente importantes nesse tipo de análise. A mais simplificada propõe uma média ponderada em função das frações, das propriedades para análise global, também conhecida como regra da mistura.

Com o passar do tempo, diversos métodos foram desenvolvidos para a resolução do problema micromecânico, destacando-se o Método da Inclusão Equivalente, desenvolvido por (J.D. Eshelby) em seu trabalho "*The determination of the elastic Field of an ellipsoidal inclusion and related problems*", em 1954, uma das grandes contribuições para o desenvolvimento da micromecânica de meios efetivos.

A partir do método proposto por Eshelby, outros métodos foram desenvolvidos, destacando-se: Auto Consistente (Benveniste 1987), Mori-Tanaka (Hashin 1988), Esquema Diferencial (Walpole 1987), entre outros. Neste trabalho, propõe-se utilizar os diversos métodos para análise micromecânica de concreto.

Conhecendo as características mecânicas das fases e da matriz, e suas respectivas frações volumétricas, pode-se obter o valor da propriedade mecânica global do material. Aplicando tal definição ao problema do estudo tecnológico do concreto, nos quais ensaios são repetidos para vários corpos de prova em diversas idades, torna-se a rotina desgastante e onerosa. Para contornar tal dificuldade, podem-se calibrar os métodos numéricos com

alguns ensaios e, posteriormente, substituí-los, uma vez conhecidos as propriedades dos constituintes e o traço empregado na confecção do concreto.

## **Metodologia**

A metodologia empregada neste trabalho consiste em duas etapas distintas: estudo experimental e comparação com modelos numéricos da micromecânica de campos médios.

### **1 Metodologia Experimental**

Os estudos foram realizados em um laboratório especializado, que oferece equipamentos e aparelhagem necessários à pesquisa. Foram executados, a partir desse suporte, ensaios de caracterização dos materiais empregados no traço, bem como a definição das frações volumétricas da matriz e das inclusões, moldagem dos corpos de prova, adensamento, ensaios mecânicos, entre outros.

É importante salientar que os ensaios de caracterização foram feitos de modo a fornecer subsídios para que se pudesse determinar a dosagem do concreto estudado através do método do ACI.

#### **1.1 Cimento Portland**

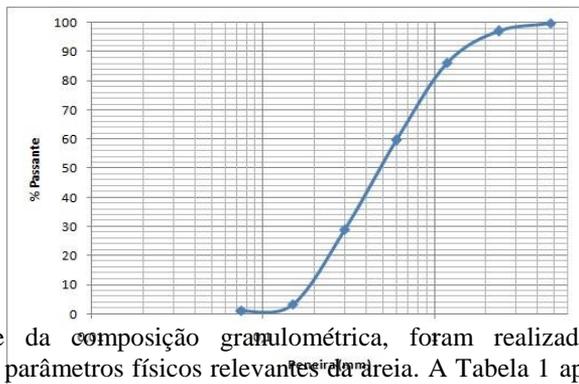
Para confecção do concreto, foi utilizado cimento Portland CP II Z 32 RS. De acordo com a NBR NM 23 (2001), esse material apresenta uma massa específica de  $3,15\text{g/cm}^3$ .

#### **1.2 Agregados**

Os agregados utilizados foram caracterizados de acordo com as indicações das normas vigentes. A areia lavada foi usada como agregado miúdo, sendo caracterizada como fina, pela sua granulometria, de acordo com a NBR 7211 (2009).

O gráfico 1 apresenta a curva granulométrica desse agregado, obtida através do ensaio de granulometria, cuja execução foi realizada seguindo a NBR NM 248 (2003).

**Gráfico 1 - Curva granulométrica da areia.**



Diante da composição granulométrica, foram realizados ensaios, para a determinação de parâmetros físicos relevantes da areia. A Tabela 1 apresenta os resultados encontrados.

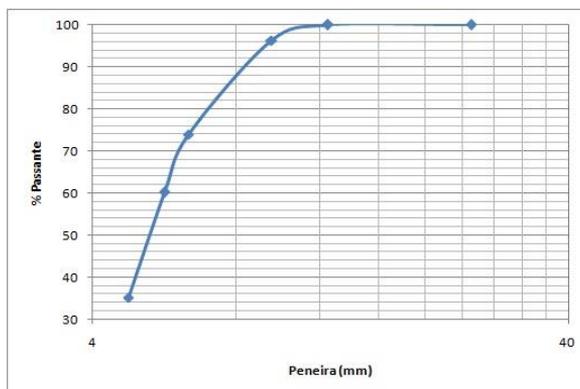
**Tabela 1 - Parâmetros físicos da areia**

DETERMINAÇÕES	MÉTODO DE ENSAIO	RESULTADOS
Módulo de finura	NBR 7211	2,77
Diâmetro máximo (mm)	NBR 7211	2,36
Massa específica (g/cm <sup>3</sup> )	NBR NM 52	2,55
Massa aparente (g/cm <sup>3</sup> )	NBR NM 52	1,31
Umidade (%)	S2-53	3,42

Utilizou-se como agregado graúdo a brita granítica, granulometricamente conhecida como brita zero. Sua escolha deu-se basicamente devido à sua disponibilidade e facilidade de manuseio, além da capacidade de proporcionar menos vazios ao concreto, aumentando, portanto, sua resistência à compressão.

A curva granulométrica do agregado graúdo, assim como seus parâmetros físicos, estão apresentados no Gráfico 2 e na Tabela 2, respectivamente:

**Gráfico 2 - Curva granulométrica da brita.**



**Tabela 2 - Parâmetros físicos da brita**

DETERMINAÇÕES	MÉTODO DE ENSAIO	RESULTADOS
Diâmetro máximo (mm)	NBR 7211	9,52
Massa específica (g/cm <sup>3</sup> )	NBR NM 53	2,66
Massa aparente (g/cm <sup>3</sup> )	NBR NM 53	1,54

### 1.2.1 Determinação da composição do concreto e argamassa de referência

Conforme já mencionado, a determinação do traço experimental teve como base o modelo americano de dosagem, concedido pelo método do ACI (*American Concrete Institute*). O traço experimental (1: 1,1: 0,86), em peso seco, com fator água/cimento de 0,3, foi efetuado para uma resistência à compressão prevista aos 7 e 28 dias respectivamente, de 35 e 45 MPa. Nesse traço, têm-se 1,96 kg de agregados/kg de cimento, 56,12% de agregado miúdo/agregados.

Devido à necessidade de realizar um estudo comparativo, utilizou-se, para a argamassa, o mesmo traço do concreto, uma vez que tal análise fornece-nos informações necessárias ao estudo da micromecânica.

### 1.2.2 Moldagem dos corpos de prova de concreto e argamassa

A moldagem dos corpos de prova de concreto e argamassa foi realizada de acordo com a norma NBR 5738 (2003) e com a norma NBR 13276 (2005), respectivamente. Foram moldados 30 corpos de prova de concreto, utilizando moldes de 15x30cm (diâmetro x altura), e 30 corpos de prova de argamassa, utilizando moldes de 5x10cm (diâmetro x altura).

Uma propriedade importante do concreto em seu estado fresco é a determinação da consistência por meio do *slump test*. Esse ensaio torna-se imprescindível, já que a consistência é um dos principais fatores que influenciam na trabalhabilidade do concreto. Diante das especificações da norma NBR NM 67 (1998), o concreto utilizado é considerado como de consistência firme.

A realização da cura do concreto e da argamassa é fundamental, já que garante a obtenção de resistência mecânica para ambos os compostos. Esse processo foi executado de acordo com a NBR 9479 (2006).

### 1.2.3 Ensaio de resistência à compressão

Esse ensaio foi realizado de acordo com os procedimentos da NBR 5739 (2007). Para sua realização, bem como a do módulo de elasticidade, utilizou-se uma prensa

hidráulica, com capacidade de carga de 2000 KN. As idades de cura adotadas foram de 7,14 e 28 dias. A ruptura da argamassa foi realizada a partir da mesma metodologia do concreto.

**Figura 2** - Curva granulométrica da brita



#### **1.2.4 Determinação do módulo de elasticidade estático**

Os ensaios para determinação do módulo de elasticidade foram realizados conforme a NBR 8522 (2008). Foi utilizada a mesma metodologia para determinação do módulo da argamassa.

#### **1.2.5 Determinação das frações volumétricas**

Para determinação das frações volumétricas da matriz e das inclusões, usou-se o traço em volume (0,32: 0,43: 0,32), encontrado a partir do traço em massa (1: 1,1: 0,86), dividido pela massa específica correspondente a cada constituinte do concreto. Então, considerando a Equação 3, temos uma fração volumétrica da inclusão equivalente a 0,3 ou 30% do volume total.

## **2 Metodologia Numérica**

Modelos numéricos para caracterização das propriedades globais de materiais compósitos a partir de técnicas de micromecânica são amplamente estudados, principalmente nas últimas décadas.

A maioria dos modelos numéricos utilizados é baseada no modelo da inclusão equivalente de Eshelby, tratando de uma inclusão elipsoidal imersa em um meio infinito.

Os modelos que se baseiam no modelo de Eshelby diferem entre si, pela forma

como tratam as interações entre as inclusões. No caso do estudo micromecânico de concreto, um problema é constatado: a zona de transição (interface entre o agregado e a pasta), já que tem influência direta na propriedade global do material.

Diversos trabalhos propõem o estudo do concreto levando em consideração a zona de transição, com modelos de três fases, e outros modelos, como o proposto por Monteiro (2002). Os modelos citados abaixo tratam apenas de duas fases, uma matriz e uma inclusão. Sendo assim, para o tratamento numérico deste trabalho, utiliza-se a argamassa como a matriz, e o agregado graúdo como sendo as inclusões.

## 2.1 Modelo Auto Consistente

Elaborado por Hill (1965), esse método permite a obtenção da matriz constitutiva global a partir das matrizes constitutivas da inclusão e da matriz. A Equação 4 mostra o cálculo para determiná-lo:

$$\bar{C} = C + f_a (C_a - C) [I + S \bar{C}^{-1} (C_a - C)]^{-1} \quad (4)$$

Sendo  $C_a$  a matriz constitutiva da "inclusão",  $C$ , a matriz constitutiva da "matriz",  $f_a$ , a fração volumétrica da inclusão. Na equação de recorrência do método Auto Consistente, tem-se ainda o tensor de Eshelby ( $S$ ), que pode variar com a geometria das inclusões, podendo ser esférica, cilíndrica ou disco, e a matriz identidade  $I$ .

### 2.1.2 Modelo de Mori-Tanaka

Modelo baseado no lema de Mori-Tanaka (1978) que tem a Equação 5 de recorrência.

$$\bar{C} = [f_a C_a [I - S C^{-1} (C - C_a)]^{-1} + (1 - f_a) C] [f_a [I - S C^{-1} (C - C_a)]^{-1} + (1 - f_a) I]^{-1} \quad (5)$$

### 2.1.3 Modelo Esquema Diferencial

Proposto por Hashin (1988), esse modelo adiciona a fração volumétrica de forma incremental até o valor de estudo e tem a Equação 6 de recorrência:

$$\bar{C}(i+1) = \bar{C}(i) + \frac{\Delta f_a}{1 - f_a} [C_a - \bar{C}(i)] A^{DII} \quad (6)$$

onde  $A^{DII}$ , pode ser determinado pela Equação 7:

$$\bar{C}(i+1) = [I - S(i) \bar{C}(i)^{-1} [\bar{C}(i) - C_a]]^{-1} \quad (7)$$

para uma estratégia inicial, faz-se a Equação 8:

$$\bar{c}(i) = c \quad (8)$$

### 2.1.4 Modelo *Dilute Suspension*

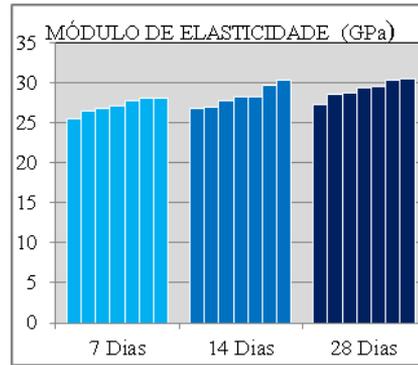
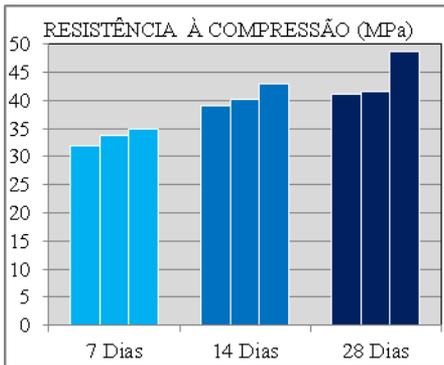
No modelo *Dilute Suspension*, admite-se que não existe interação entre as inclusões, considerando que uma matriz infinita envolva uma única inclusão, e tem a Equação 9 de recorrência.

$$C = C_m + f_i (C_i - C_m) : [I - S : C_m^{-1} : (C_m - C_i)]^{-1} \quad (9)$$

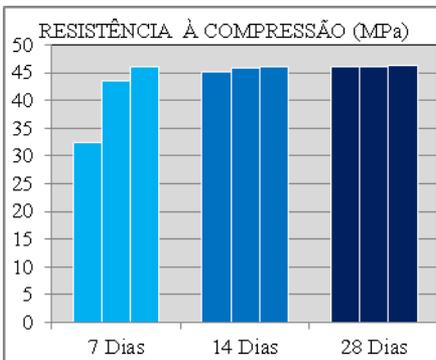
### Análise dos Resultados

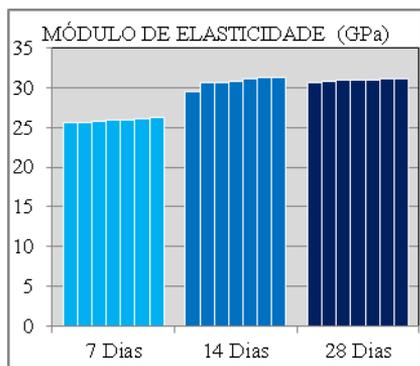
Os gráficos 3 e 4 ilustram os corpos de prova, bem como as idades dos ensaios mecânicos e os valores encontrados experimentalmente.

**Gráfico 3 - Resultados dos ensaios mecânicos de concreto**



**Gráfico 4 - Resultados dos ensaios mecânicos de argamassa**





De posse dos resultados experimentais, monta-se uma tabela, com as respectivas propriedades mecânicas das fases e matriz, considerando a média aritmética e valores encontrados na literatura, conforme Tabela 3.

**Tabela 3** - Análise dos resultados experimentais para aplicação micromecânica

Tempo	Matriz		Inclusão		Compósito	
	Argamassa		Agregado Graúdo		Concreto	
	Coefficiente de Poisson <sup>1</sup>	Módulo de Elasticidade	Coefficiente de Poisson <sup>2</sup>	Módulo de Elasticidade <sup>3</sup>	Coefficiente de Poisson <sup>4</sup>	Módulo de Elasticidade
7 Dias	0,11	25,86 GPa	0,28	45,20 GPa	0,2	27,16 GPa
14 Dias	0,11	30,75 GPa	0,28	45,20 GPa	0,2	28,30 GPa
28 Dias	0,11	30,91 GPa	0,28	45,20 GPa	0,2	29,19 GPa

O gráfico 5 ilustra o estudo numérico feito com os valores referentes à Tabela 3, para o módulo de elasticidade.

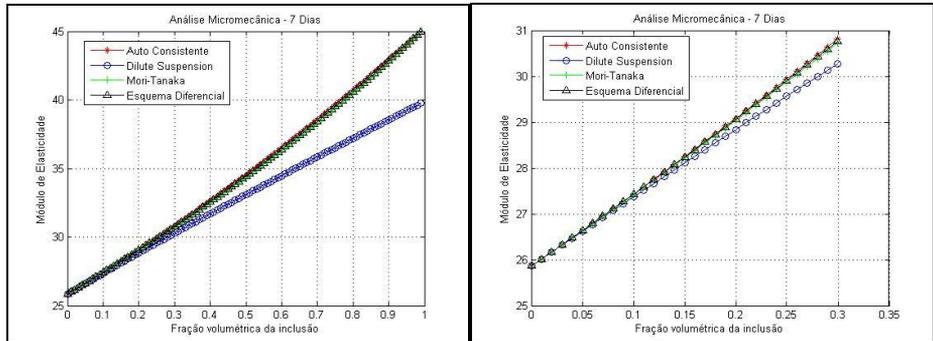
<sup>1</sup> Valor médio adotado por Ottosen (1984)

<sup>2</sup> Fonte: Magalhães (2006)

<sup>3</sup> Fonte: Gonçalves (1996)

<sup>4</sup> Valor médio adotado pela NBR 6118 (2007)

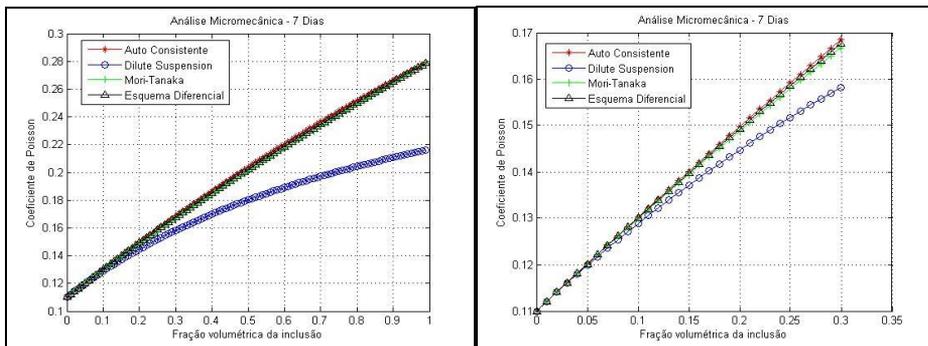
**Gráfico 5 -** Módulo de Elasticidade para 7 dias, variando a fração volumétrica da inclusão (zoom na fração de 30%).



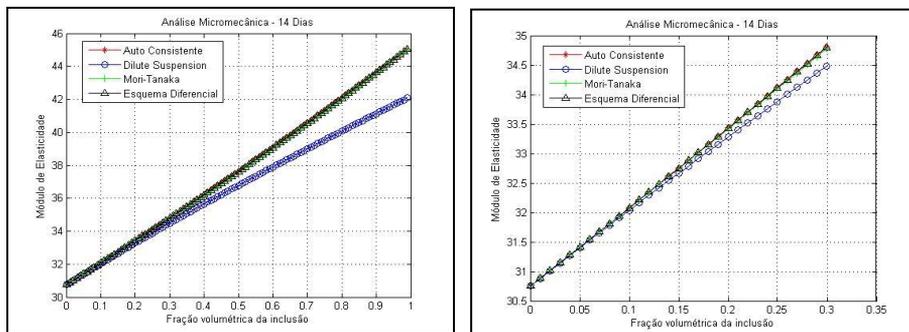
Na composição dos corpos de prova, utilizou-se uma fração volumétrica de 30% de inclusão (agregado graúdo). Em todos os gráficos, poderá ser observado esse valor como referência.

A análise micromecânica para o coeficiente de Poisson pode ser observada o gráfico 6, adotando a mesma idade anteriormente utilizada.

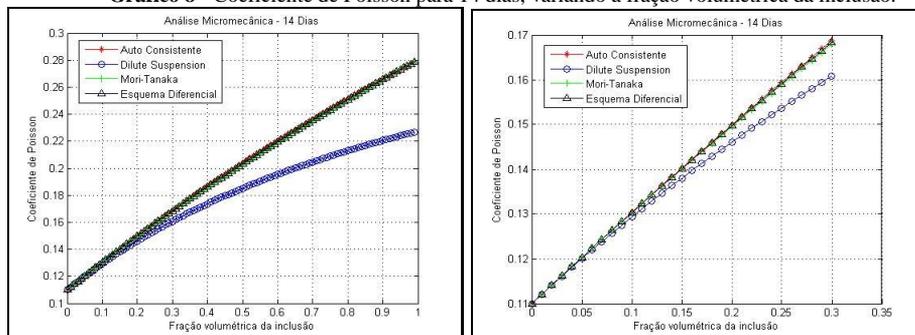
**Gráfico 6 -** Coeficiente de Poisson para 7 dias, variando a fração volumétrica da inclusão.



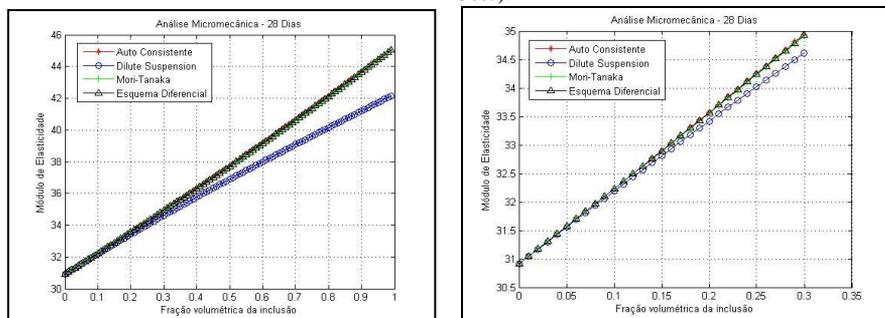
**Gráfico 7 - Módulo de Elasticidade para 14 dias, variando a fração volumétrica da inclusão (zoom na fração de 30%).**



**Gráfico 8 - Coeficiente de Poisson para 14 dias, variando a fração volumétrica da inclusão.**

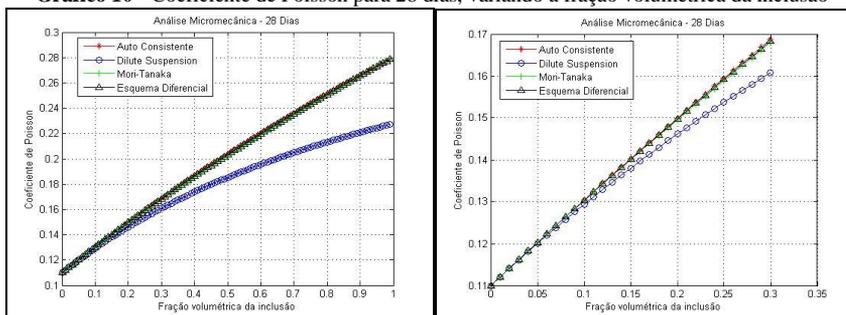


**Gráfico 9 - Módulo de Elasticidade para 28 dias, variando a fração volumétrica da inclusão (zoom na fração de 30%).**



Os resultados obtidos para coeficiente de Poisson nessa data estão aqui mostrados:

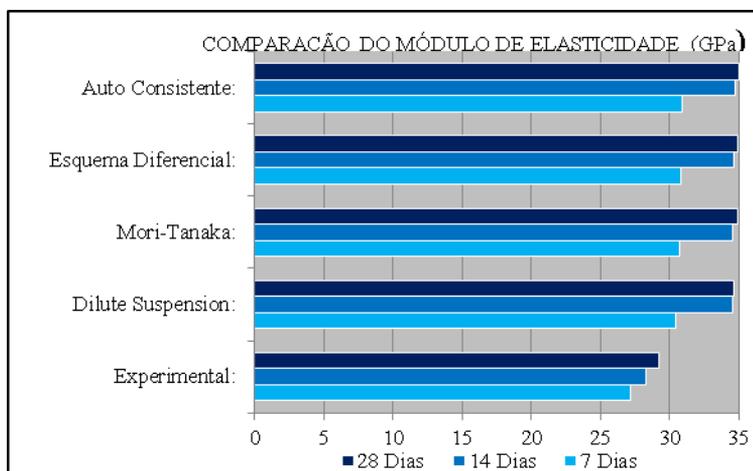
**Gráfico 10 - Coeficiente de Poisson para 28 dias, variando a fração volumétrica da inclusão**



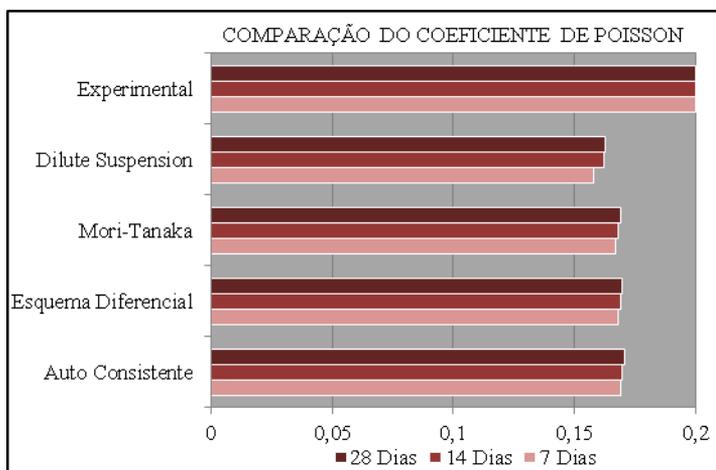
Na análise numérica, apesar de utilizar-se, para efeito de comparação, apenas a fração volumétrica de inclusão de 30%, faz-se necessário, pelo algoritmo do modelo Esquema Diferencial, o incremento de um  $\Delta f_{v,c}$ , mostrado na Equação 6 de recorrência. Optou-se, para uma melhor visualização do comportamento das propriedades mecânicas do concreto, variar a fração volumétrica com intervalo de 0% a 100%.

Os gráficos 11 e 12 apresentam a comparação do módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson do concreto obtidos experimentalmente e na literatura, bem como os encontrados a partir dos modelos numéricos propostos pela micromecânica, considerando uma fração volumétrica de 30% de inclusão, para as idades de 7, 14 e 28 dias.

**Gráfico 11 - Comparação entre modelos numéricos e análise experimental do módulo de elasticidade aos 7, 14 e 28 dias**



**Gráfico 12** - Comparação entre modelos numéricos e coeficiente de Poisson aos 7, 14 e 28 dias



Inicialmente, verificou-se que quando se adotam duas fases para o concreto, imputou-se ao mesmo um erro, que é não levar em conta a zona de transição (interface entre a argamassa e o agregado). No entanto, essa influência não foi notada no presente estudo.

Para os referidos valores, os resultados foram satisfatórios, porém, ainda não é possível assegurar a confiabilidade dos modelos micromecânicos, uma vez que o estudo foi baseado em resultados experimentais oriundos de uma única dosagem e usando apenas um tipo de agregado graúdo (não houve variação no diâmetro máximo). Sendo assim, é necessário calibrar mais os experimentos, variando o traço e a fração volumétrica da inclusão.

## Conclusões

Este trabalho mostrou claramente que alguns modelos micromecânicos que adotam duas fases, apesar de não considerarem a interface, geram bons resultados para o problema do material compósito concreto. É fato que se trata de um trabalho inicial, de modo que os resultados obtidos, principalmente como análise laboratorial, podem e devem ser melhorados para que respaldem a análise numérica.

Nessas circunstâncias, é importante salientar o grau de dificuldade empregado nas análises numéricas e principalmente nos experimentos laboratoriais, considerando que a pesquisa foi realizada por alunos do Ensino Técnico Integrado.

Assim, novos experimentos serão realizados para ratificar os resultados obtidos, com mais amostras e mais traços. Caso se comprove que os modelos sejam discrepantes, passarão a ser estudados modelos de 3 ou 4 fases para tratar o concreto.

## Agradecimentos

Os autores deste trabalho agradecem ao fomento do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica e Tecnológica (PIBICT) do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), bem como ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Alagoas - Campus Palmeira dos Índios (IFAL/PIIn), pelo imenso apoio. Também queremos agradecer aos professores colaboradores, Dr. João Gilberto Teixeira Silva, MSc. Sheyla Karolina Justino Marques e MSc. Vinicius Dantas, cuja contribuição foi essencial para a realização do estudo.

## Referências

ABNT. NBR 10341: Agregado graúdo para concreto - Determinação do módulo de deformação estático e do diagrama tensão-deformação em rocha matriz - Método de ensaio. Rio de Janeiro, 2006.

\_\_\_\_\_. NBR 13276: Argamassa para assentamento e revestimento de paredes e tetos - Preparo da mistura e determinação do índice de consistência. Rio de Janeiro, 2005.

\_\_\_\_\_. NBR 5738: Concreto - Procedimento para moldagem e cura de corpos-de-prova. Rio de Janeiro, 2003.

\_\_\_\_\_. NBR 5739: Concreto - Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos. Rio de Janeiro, 2007.

\_\_\_\_\_. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2007.

\_\_\_\_\_. NBR 7211: Agregados para concreto - Especificação. Rio de Janeiro, 2009.

\_\_\_\_\_. NBR 8522: Concreto - Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão. Rio de Janeiro, 2008.

\_\_\_\_\_. NBR 9479: Argamassa e concreto - Câmaras úmidas e tanques para cura de corpos-de-prova. Rio de Janeiro, 2006.

\_\_\_\_\_. NBR NM 23: Cimento portland e outros materiais em pó - Determinação da massa específica. Rio de Janeiro, 2001.

\_\_\_\_\_. NBR NM 248: Agregados - Determinação da composição granulométrica. Rio de Janeiro, 2003.

\_\_\_\_\_. NBR NM 52: Agregado miúdo - Determinação da massa específica e massa específica aparente. Rio de Janeiro, 2009.

\_\_\_\_\_. NBR NM 53: Agregado graúdo - Determinação da massa específica, massa específica aparente e absorção de água. Rio de Janeiro, 2009.

\_\_\_\_\_. NBR NM 67: Concreto - Determinação da consistência pelo abatimento do tronco de cone. Rio de Janeiro, 1998.

BENVENISTE, Y. A new approach to the application of Mori-Tanaka's theory in composite materials. **Mechanics of Materials**, v. 6, Issue 2, June 1987, pages 147–157.

CAVALCANTE, R. D. B. **Avaliação de propriedades elásticas efetivas de rochas com cavidades secas ou saturadas**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em, Engenharia Civil)-Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2008.

CHRISTENSEN, R. M. Solutions for Effective Shear Properties in Three Phase Sphere and Cylinder Models. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 27, Issue 4, August 1979, Pages 315–330.

GONÇALVES, José Roberto Albuquerque. Caracterização dos agregados graúdos da cidade do Rio de Janeiro e sua utilização nos concretos de alta resistência. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil)-Universidade Federal do Rio de Janeiro (COPPE/UFRJ), 1996.

HASHIN, Zvi. The differential scheme and its application to cracked materials. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 36, Issue 6, 1988, pages 719–734, 1988.

MAGALHÃES, A. G et al. A influência de agregados graúdos de diferentes mineralogias nas propriedades mecânicas do concreto de alto desempenho. CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA E CIÊNCIA DOS MATERIAIS, 17. Foz do Iguaçu, PR, Brasil, 2006.

MONTEIRO, P.J. AND HASHIN, Z. An inverse method to determine the elastic properties of the interphase between the aggregate and the cement past. **Journal Cement and Concret Research**, v. 32, pp.1291-1300, 2002.

OTTOSEN, N. S. Evaluation of concrete cylinder tests using finite elements. **ASCE Journal of Engineering Mechanics**, v. 110, n. EM-3, March, pp. 465-481, 1984.

WALPOLE, L.J. On the overall elastic moduli of composite materials. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 17, Issue 4, September, 1969, pages 235-251.  
Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0022509669900143>>.